

# Diseño e implementación de un perfil de velocidad Gaussiana en FPGA utilizando Series de Fourier

Gonzalez-Villagomez Esau  
Departamento de Estudios  
Multidisciplinarios DICIS  
Universidad de Guanajuato  
Guanajato, Mexico  
e.gonzalezvillagomez@ugto.mx

Rodriguez-Donate Carlos  
Departamento de Estudios  
Multidisciplinarios DICIS  
Universidad de Guanajuato  
Guanajauto, Mexico  
c.rodriguezdonate@ugto.mx

Mata-Chavez Ruth Ivonne  
Departamento de Estudios  
Multidisciplinarios DICIS  
Universidad de Guanajuato  
Guanajauto, Mexico  
ruth@ugto.mx

Gonzalez-Villagomez Jacob  
Departamento de Estudios  
Multidisciplinarios DICIS  
Universidad de Guanajuato  
Guanajauto, Mexico  
j.gonzalezvillagomez@ugto.mx

Lopez-Hernandez Juan Manuel  
Departamento de Estudios  
Multidisciplinarios DICIS  
Universidad de Guanajuato  
Guanajauto, Mexico  
jmlopez@ugto.mx

**Abstract**— La producción en el sector manufacturero ha aumentado debido a la eficiencia de las máquinas de control numérico y los robots industriales. Sin embargo, es necesario controlar los parámetros de que definen la dinámica de movimiento en la trayectoria, lo que implicará reducción de vibraciones mecánicas, precisión de sus movimientos y una mejora en la estabilidad del sistema de control de movimiento, entre otros. En este artículo se propone una novedosa metodología para el diseño del perfil de velocidad gaussiano, el cual se aproxima a series de Fourier, permitiendo realizar una implementación en tiempo real en un FPGA. En base a los resultados se demuestra el comportamiento suave de los perfiles de la dinámica de movimiento, además de obtener una implementación en una tarjeta de bajo costo.

**Keywords**— *Series de Fourier, dinámica de movimiento, perfil de velocidad Gaussiano, máquinas de control numérico, robots industriales.*

## I. INTRODUCCION

Actualmente, la producción en el sector de fabricación ha aumentado debido a la eficiencia de las máquinas de control numérico (CNC) y los robots industriales. Sin embargo, para mejorar el rendimiento y la precisión de los movimientos, es necesario controlar algunos parámetros de dinámica de movimiento que definen la trayectoria del movimiento. La dinámica de movimiento de una maquina se representa mediante los perfiles de posición, velocidad, aceleración y jerk los cuales dependen del tiempo [1], donde el controlador de movimiento de una máquina usa estos perfiles como referencia. Sin embargo, los efectos de un perfil no suavizado están asociados con el desgaste mecánico, la estabilidad del sistema de control de movimiento, entre otros [2-3]; debido a esto en la literatura se propone el diseño de la trayectoria y la generación

de perfiles para mejorar la dinámica de una máquina.

Recientemente en la literatura, se han propuesto diferentes trabajos para el diseño de trayectoria; por ejemplo, la metodología desarrollada en [4] donde los autores mediante la simulación en Matlab propusieron un diseño de trayectoria basado en un control de histéresis, su experimentación se lleva a cabo con una máquina de dos grados de libertad. Otro trabajo presentado por los autores en [5] describe un algoritmo para generar trayectorias óptimas utilizando los parámetros de velocidad, aceleración y jerk. La propuesta [6] presenta un algoritmo para suavizar la trayectoria basado en una velocidad trigonométrica y sus pruebas se implementan en un sistema CNC.

La manipulación del perfil de velocidad puede beneficiar la reducción de vibraciones en un robot industrial, tal es el caso presentado en [7] donde el tiempo de aceleración y desaceleración en un perfil de velocidad trapezoidal se manipula obteniendo una reducción en dichas vibraciones. La metodología presentada en [8] muestra un perfil de un robot que se genera a partir de formas sinusoidales y reflejan un perfil de velocidad suave.

En los últimos años, se ha desarrollado una variedad de circuitos integrados y ha estado aumentando el uso y la fabricación de dispositivos programables, como los FPGA (Field Programmable Gate Array) que representan una serie de puertas programables en campo y se caracterizan por ser programables o reconfigurables. Actualmente, se ha desarrollado una gran cantidad de investigación sobre el uso de FPGA para llevar a cabo tareas de implementación de algoritmos, como el caso de [9] donde se propone un nuevo controlador de motor paso a paso basado en un perfil trapezoidal. La implementación de algoritmos en FPGA para llevar a cabo funciones establecidas con variación de parámetros también se usa repetidamente, la propuesta [10] describe el diseño y la implementación de la transformada rápida de Fourier.

---

Parte del financiamiento para llevar a cabo este trabajo fue realizado por El Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología bajo CVU: 818467 y parte por La Secretaría de innovación, Ciencia y Educación Superior del Estado de Guanajuato para el programa "Empuje Científico y Tecnológico Modalidad: Apoyo a Programas de Posgrado para incorporarse o continuar en el PNPC" con los proyectos SICES / CONV / 187/2019 UG and SICES / CONV / 185/2019 UG

En este trabajo se propone una novedosa metodología para obtener un perfil de velocidad suave que ayuda a reducir el daño en una máquina CNC o un robot industrial, a diferencia de la implementación del perfil de velocidad trapezoidal presentado en la literatura el perfil propuesto en este trabajo muestra una mejora en el suavizado y reducción del jerk. La segunda contribución del trabajo es el uso de la serie Fourier para implementar mediante una arquitectura digital el perfil de velocidad Gaussiano en un FPGA, su aproximación permite reducir los recursos computacionales en una plataforma digital.

## II. DISEÑO DE LA METODOLOGIA PROPUESTA

La metodología propuesta para el diseño del perfil de velocidad se muestra en la Fig. 1 y se resume de la siguiente manera: definición y diseño de la función gaussiana para construir el perfil de velocidad, definición del perfil por partes, aproximación de curvas a la serie de Fourier y relación de los parámetros de diseño con el perfil, y finalmente la estimación de la referencia del sistema de control.



Fig. 1. Metodología Propuesta

Ahora, el perfil de velocidad gaussiano se genera como un perfil por partes. Para el primer trazo, se supone que la velocidad inicial en un tiempo cero será cero hasta una velocidad máxima  $V_m$  (velocidad deseada) en un tiempo  $t_1$ ; en el segundo trazo, la  $V_m$  se mantiene hasta el tiempo  $t_2$ , y en el último trazo la velocidad se reducirá a cero en un tiempo  $t_3$ . Por lo tanto, este perfil de velocidad está definido por (1), y se muestra en la Fig. 2

$$v(t) = \begin{cases} e^{-x^2} & 0 \leq x < t_1 \\ V_m & t_1 \leq x < t_2 \\ e^{-x^2} & t_2 \leq x \leq t_3 \end{cases} \quad (1)$$

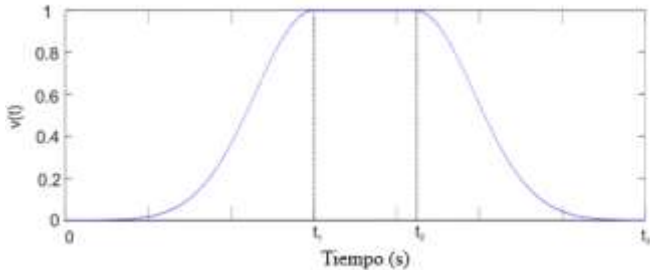


Fig. 2. Perfil de Velocidad Gaussiano propuesto

Una vez que se definió el perfil de velocidad por partes, es necesario relacionar el número de muestras con los valores dinámicos máximos requeridos para lograr cada trazo. Debido a esto, el desplazamiento  $S_1$  y  $S_3$  son iguales, el primero ocurrirá desde la muestra 1 a la muestra  $n_1$ , con un aumento de la velocidad en forma gaussiana a  $V_m$ , el segundo ocurrirá desde la muestra  $n_2$  a la muestra  $n_3$ , de una  $V_m$  a una velocidad cero. Finalmente, la velocidad en el desplazamiento  $S_2$  será constante como  $V_m$  y el desplazamiento total  $P_f$  es la suma  $S_1$ ,  $S_2$  y  $S_3$ . Esta relación se muestra en la figura 3.

La primera relación dinámica considera la  $V_m$  y el desplazamiento  $S_1$ , y está dada por (2), luego la  $S_2$  considera la  $P_f$  y  $V_m$ , y está dada por (3).

$$S_1 = S_3 = 0.88644V_m \quad (2)$$

$$S_2 = P_f - 2(0.88644V_m) \quad (3)$$

Ahora, el cálculo de las muestras  $n_1$  está relacionado por la discretización de la función gaussiana, y viene dado por (4), por lo tanto, es el cociente del parámetro  $C$  y la frecuencia de la muestra  $f_s$ .

$$n_1 = \frac{C}{F_s} \quad (4)$$

Por otro lado, la ecuación (5) calcula las muestras de  $n_2$ , que se relacionan por  $S_2$ ,  $f_s$  y  $V_m$ .

$$n_2 = \frac{S_2}{F_s * V_m} \quad (5)$$

Finalmente, el total de muestras  $n_3$  viene dado por (6)

$$n_3 = 2n_1 + n_2 \quad (6)$$

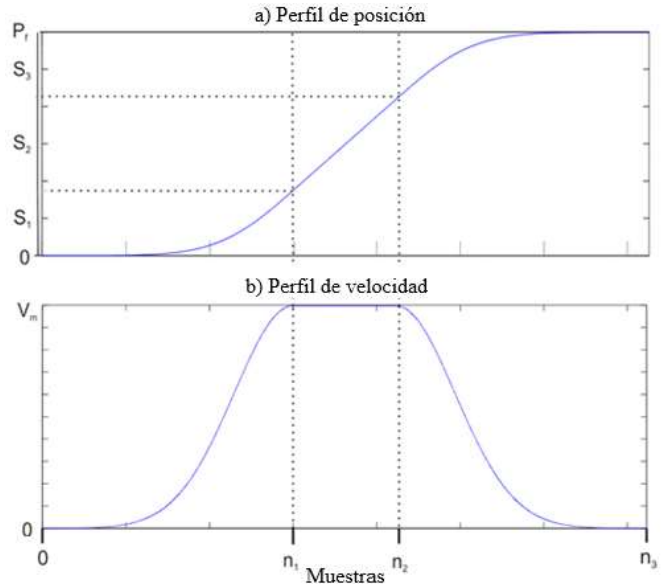


Fig. 3. Perfil a trazos propuesto y parámetros de diseño. a) Perfil de posición, b) Perfil de velocidad

La última etapa de la propuesta de este trabajo es la aproximación de la curva a la serie de Fourier para cada trazo, estas estimaciones se obtienen con el Toolbox de Matlab "Curve Fitting Tool". Por lo tanto, la ecuación (1) se reescribe como (7), ahora estos perfiles solo se estiman mediante un parámetro constante de una función trigonométrica.

$$v(k) = \begin{cases} a_0 + a_1 \cos(kw_0) + b_0 \sin(kw_0) + \\ a_2 \cos(2kw_0) + b_1 \sin(2kw_0), & 1 < k \leq n_1 \\ V_m & n_1 < k \leq n_2 \\ a_0 + a_3 \cos(kw_0) + b_2 \sin(kw_0) + \\ a_4 \cos(2kw_0) + b_3 \sin(2kw_0), & n_2 < k \leq n_3 \end{cases} \quad (7)$$

Donde los coeficientes  $a_0, a_1, a_2, a_3, a_4, b_0, b_1, b_2, b_3$  y  $w_0$  son valores constantes obtenidos del toolbox de Matlab.

Por último, el perfil de posición del sistema para el control requerido se estima mediante la integración del perfil de velocidad como lo muestra la ecuación (8) dando como resultado el perfil presentado en la figura 3 (a).

$$P[n] = \sum_{n=1}^N V[n] \quad (8)$$

En la siguiente sección se presenta la arquitectura digital para la implementación del perfil Gaussiano en una tarjeta programable.

### III. ARQUITECTURA DIGITAL

Para la implementación del perfil propuesto en un FPGA mediante las funciones trigonométricas de (7), se propone un diagrama a bloques el cual se muestra en la Fig.4

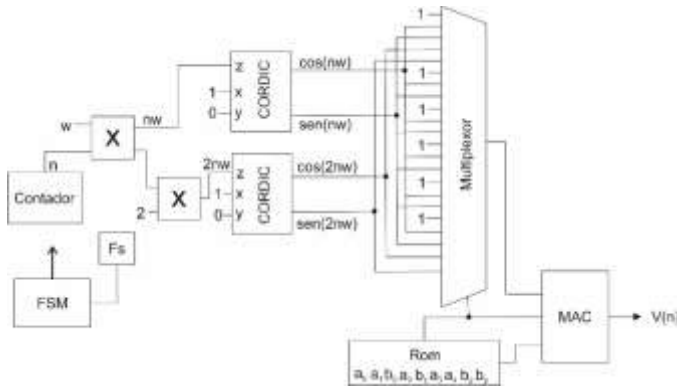


Fig. 4. Diagrama a bloques de la propuesta digital para la implementación en una tarjeta programable

Como se puede observar en la ecuación 7, el perfil propuesto se basa en funciones trigonométricas por lo tanto se diseñó una arquitectura iterativa del algoritmo CORDIC (COordinate Rotation DIgital Computer) para calcular las funciones que se requieren. La propuesta del diseño digital se muestra en la Fig. 4, con la cual se logra estimar el perfil de velocidad propuesto y el perfil de referencia que requiere el controlador.

En la arquitectura digital, el contador indica el número de muestra, las dos arquitecturas del algoritmo CORDIC trabajan de forma paralela y estiman las funciones trigonométricas que requiere el perfil de velocidad propuesto, en la memoria ROM (Read-only memory) se almacena las coediciones de la serie de Fourier y la MAC (Multiplier-Accumulator) se encarga de reconstruir el perfil de velocidad y el perfil de posición, todos estos elementos son sincronizados por la FSM (finite state machine)

A partir de la propuesta digital se hicieron pruebas de simulación, las cuales serán mostradas en la siguiente sección.

### IV. RESULTADOS

La simulación de los perfiles de la dinámica de movimiento propuesto es presentada en la figura 5, donde se muestra la suavidad y la reducción en amplitud del perfil del jerk. Estos resultados muestran que el perfil propuesto mejora el rendimiento del perfil del jerk de los perfiles tradicionales como el perfil trapezoidal.

La ventaja de la metodología propuesta requiere definir únicamente los parámetros deseados, los cuales son el punto final de desplazamiento, la velocidad máxima y la frecuencia de muestreo. Mediante estos parámetros, se calculan las muestras totales de cada trazo del perfil de velocidad, que se define por (4), (5) y (6). Para validar este procedimiento, la Tabla I describe los parámetros deseados y la muestra requerida para cada trazo.

TABLE I. PARAMETROS DESEADOS PARA EL DISEÑO DEL PERFIL DE VELOCIDAD

Parámetros deseados	Muestra estimada
$X_f = 50 \text{ mm}$	$n_1 = 3000$
$V_m = 10 \text{ mm/s}$	$n_2 = 6230$
$F_s = 1000 \text{ Hz}$	$n_3 = 9230$

La tabla II muestra los coeficientes requeridos por la ecuación (8) para definir el primer y tercer trazo del perfil propuesto.

TABLE II. COEFICIENTES DEL DISEÑO DEL PERFIL PROPUESTO

Coefficientes del primer trazo	Coefficientes del tercer trazo
$a_0 = 3.819$	$a_0 = 3.819$
$a_1 = -3.465$	$a_3 = -1.064$
$a_2 = -0.2253$	$a_4 = -1.226$
$b_0 = -3.659$	$b_2 = 4.926$
$b_1 = 1.264$	$b_3 = -0.3842$
$w_0 = 0.001303$	$w_0 = 0.001303$

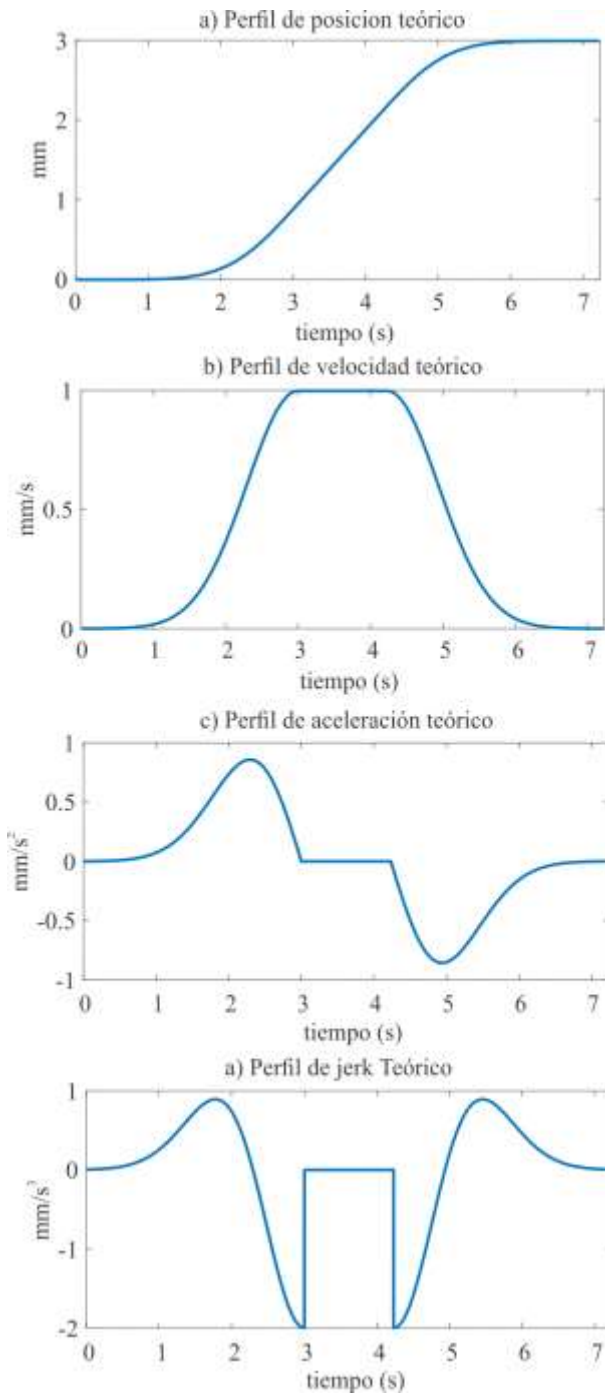


Fig. 5. Perfil Teórico de la dinamica de movimeinto, (a) Pperfil de posicion, (b) perfil de Velocidad, (c) Perfil de Aceleracion, (d) Perfil de Jerk.

Con los datos mostrados en la tabla II se obtienen los perfiles de la dinámica de movimiento del sistema. En la Fig. 6 (a) se muestra el perfil de referencia obtenido de la integración del perfil de velocidad, ya que los controladores de movimiento requieren una referencia de posición y no el perfil de velocidad diseñado. Por lo tanto, la Figura 6 (b) muestra el diseño del perfil de velocidad con los parámetros deseados.

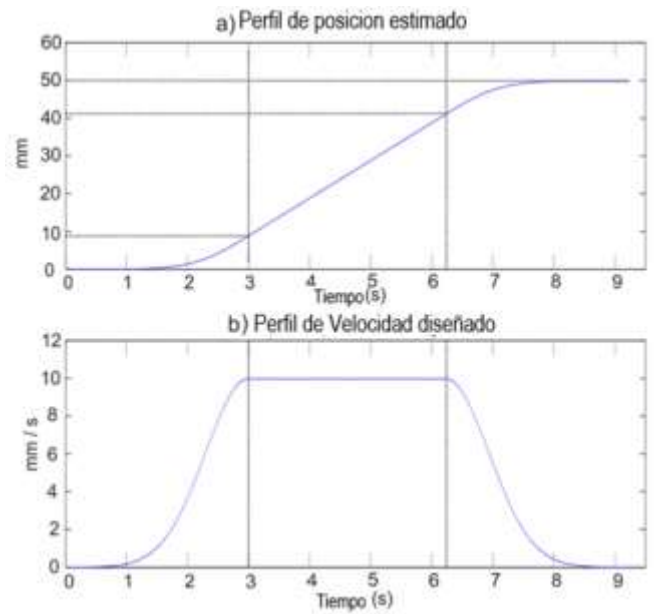


Fig. 6. Resultados Graficos, (a) Perfil de referencia de posicion (b) Perfil de Velocidad propuesto con los parametros deseados

De los resultados de la figura 6 se puede observar que el perfil de velocidad tiene la forma deseada. Para el primer trazo donde se alcanza la  $V_m$  el tiempo de duración del sistema es de 3 segundos, en el segundo trazo donde la  $V_m$  constante el tiempo de duración es de 3.23 segundos y en el último trazo del perfil la duración es de 3 segundos. Por lo tanto, el  $P_f$  deseado tendrá una duración de 9.23 segundos.

Se implemento la estructura digital para conseguir el perfil de referencia deseado ( $P_f$ ) en una FPGA Altera Cyclone II EP2C20F484C7, el costo computacional se muestra en la Tabla III.

TABLE III. RECURSOS COMPUTACIONALES USADOS

Elementos lógicos totales	Funciones combinatoriales totales	Registros lógicos dedicados
5044 / 18752 (27%)	4813 / 18752 (26%)	808 / 18752 (4%)

Por lo tanto, mediante la metodología propuesta se obtiene el perfil Gaussiano deseado, el cual mejora el comportamiento del jerk en el sistema. Además, mediante la Tabla III se demuestra que el consumo computacional de la tarjeta es menor del 30% en los elementos lógicos y funciones combinatoriales totales, y menor al 5% de los registros lógicos dedicados.

## V. CONCLUSIONES

Este artículo presenta una metodología novedosa basada en una función gaussiana, con la cual se obtiene el perfil de referencia para un sistema de control, a partir de un perfil de velocidad propuesto. La dinámica de movimiento obtenida demuestra una reducción en los efectos causados por el efecto

del jerk, los cuales implican las vibraciones en la maquina y la mejora en la precisión de sus movimientos. Además, al proponer un perfil de velocidad por partes y aproximarlos a la serie de Fourier facilita su implementación mediante una función trigonométrica en una tarjeta digital (FPGA) utilizando algoritmos basados en sumas y desplazamientos, lo que requiere un bajo consumo de recurso de cálculo computacional de menos del 30%. Finalmente, la propuesta de este trabajo puede implementarse en una aplicación en tiempo real en una máquina CNC o robots industriales.

#### REFERENCIAS

- [1] Rodríguez-Donate, C., Morales-Velazquez L., Osornio-Rios R. A., Herrera-Ruiz G., and Romero-Troncoso R. J., "FPGA-based fused smart sensor for dynamic and vibration parameter extraction in industrial robot links." *Sensors*, vol. 10, no. 4, pp. 4114-4129, 2010.
- [2] Rivera-Guillen, J. R., de Jesus Romero-Troncoso, R., Osornio-Rios, R. A., Garcia-Perez, A., & Herrera-Ruiz, G., "Design methodology for fully dynamic-controlled polynomial profiles and reduced tracking error in CNC machines", *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, vol. 51, pp. 723-737, 2010
- [3] Gasparetto, A., & Zanotto, V., "A technique for time-jerk optimal planning of robot trajectories", *Robotics and Computer-Integrated Manufacturing*, vol. 24, pp. 415-426, 2008
- [4] L. Lu, L. Zhang, S. Ji, Y. Han, J. Zhao, "An offline predictive feedrate scheduling method for parametric interpolation considering the constraints in trajectory and drive systems", *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, vol. 83, pp. 2143-2157, 2016.
- [5] S. Kucuk, "Optimal trajectory generation algorithm for serial and parallel manipulators", *Robotics and Computer-Integrated Manufacturing*, vol. 48, pp. 219-232, 2017.
- [6] J. Huang, L. M. Zhu, "Feedrate scheduling for interpolation of parametric tool path using the sine series representation of jerk profile", *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part B: Journal of Engineering Manufacture*, vol. 231, pp. 2359-2371, 2017.
- [7] H. Yoon, S. Chung, H. Kang, & M. Hwang. "Trapezoidal Motion Profile to Suppress Residual Vibration of Flexible Object Moved by Robot". *Electronics*, 8(1), 30, 2019.
- [8] A. Valente, S. Baraldo, E. Carpanzano, "Smooth trajectory generation for industrial robots performing high precision assembly processes", *CIRP Annals*, vol. 66, pp. 17-20, 2017.
- [9] D. Carrica, M. A. Funes, & S. A. Gonzalez. "Novel stepper motor controller based on FPGA hardware implementation". *IEEE/ASME transactions on mechatronics*, 8(1), 120-124, 2003.
- [10] S. J. Saenz, S. O. Cisneros, J. R. & Dominguez, "FPGA design and implementation of radix-2 Fast Fourier Transform algorithm with 16 and 32 points". In *2015 IEEE International Autumn Meeting on Power, Electronics and Computing (ROPEC)* (pp. 1-6). IEEE, 2015.